B RAZINA JESENSKI ROK 2022. RJEŠENJA

univ.bacc.math Robert Tadić

Zadatak 1

Koliko ukupno ima racionalnih brojeva u skupu $\{-1, \frac{-10}{17}, 0, \sqrt{3}, 26.4, 58\}$

Rješenje:

Racionalni brojevi su oni koje možemo napisati kao razlomke s cjelobrojnim koeficijentima. Dakle, u ovom skupu ima 5 racionalnih brojeva (svi osim $\sqrt{3}$).

Zadatak 2

Kolika je vrijednost broja $1 + \frac{\sin(90°)}{2}$ zaokružena na pet decimala?

Rješenje:

Ovaj zadatak rješavamo pomoću kalkulatora. Pripazite da je kalkulator namješten na stupnjeve, a ne na radijane. Unesimo traženi račun u kalkulator i dobivamo rezultat 1.38302222155949. Budući da je šesta znamenka strogo manja od 5, rješenje zaokruženo na pet decimala je 1.38302

Zadtak 3

Ana je pročitala na internetu da promjer bakterija može biti 0.001 milimetar, a da su virusi sto puta manji od bakterija. Koliki je prema tim podatcima promjer virusa izražen u metrima?

Rješenje:

Promjer bakterija je 0.001 milimetar. Promjer vrirusa je sto puta manji od promjera bakterija, pa je stoga promjer virusa $\frac{0.001}{100} = 0.00001 = 10^{-5}$ milimetara. Želimo taj rezultat izraziti u metrima. Budući da jedan metar ima 1000 milimetara, jedan milimetar ima $\frac{1}{1000}$ metara, odnosno 10^{-3} metara. Stoga je 10^{-5} milimetara jednako $10^{-5} \cdot 10^{-3}$ metara. Korištenjem pravila za množenje potencija s istom bazom dobivamo konačan rezultat 10^{-8} metara.

Zadatak 4

Banka se za zamjenu američkih dolara u eure koristi formulom $e = 1.3d - 1.2$, gdje je e iznos u eurima, a d iznos u američkim dolarima. Koja od navedenih tvrdnja opisuje značenje broja 1.2 u formuli?

A) Banka za uslugu zamjene valute naplaćuje 1.2 američka dolara.

B) Banka za uslugu zamjene valute naplaćuje 1.2 eura.

C) Jedan euro vrijedi 1.2 američka dolara.

D) Jedan američki dolar vrijedi 1.2 eura.

Rješenje:

U danoj formuli iznos američkih dolara d pomnožimo s 1.3 i zatim iznos umanjimo za 1.2. Dakle, neovisno o iznosu dolara d, banka odbija troškove usluge od 1.2 američka dolara. Nadalje, iz formule možemo saznati da jedan američki dolar vrijedi 1.3 eura (Uvrstimo d=1 i maknemo usluge zamjene) i koliko jedan euro vrije u američkim dolarima (Riješimo jednadžbu 1=1.3x) Dakle, točan odgovor je pod B).

Zadatak 5

Trkač je u prvoj minuti istrčao 30% duljine staze, a u drugoj minuti 10% više nego u prvoj minuti. Koliki je dio staze, izražen postotkom, trkač istrčao nakon dvije minute trčanja?

Rješenje:

Vrijedi da je 10% od 30 jednako $\frac{10}{100} \cdot 30 = 3$. Dakle, u drugoj minuti je trkač pretrčao $30 + 3 = 33$ % staze. Stoga je ukupno u prve dvije minute pretrčao $30 + 33 = 63\%$ staze.

Zadatak 6

Pravac y = kx + l zadan je tablicom:

x	1	2	3
y	3		−3

Koji broj treba upisati u prazno polje tablice?

Rješenje:

Koristimo formulu za jednadžnu pravca kroz dvije točke (Ne treba je pamtiti, ima je u knjižici formula):

$$y - y_1 = k \cdot (x - x_1),\ k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Iz tablice pročitamo dvije točke kojima pravac prolazi, to su točke (1,3) i (3,-3). Dakle, u formuli koristimo

$$(x_1, y_1) = (1, 3), (x_2, y_2) = (3, -3).$$

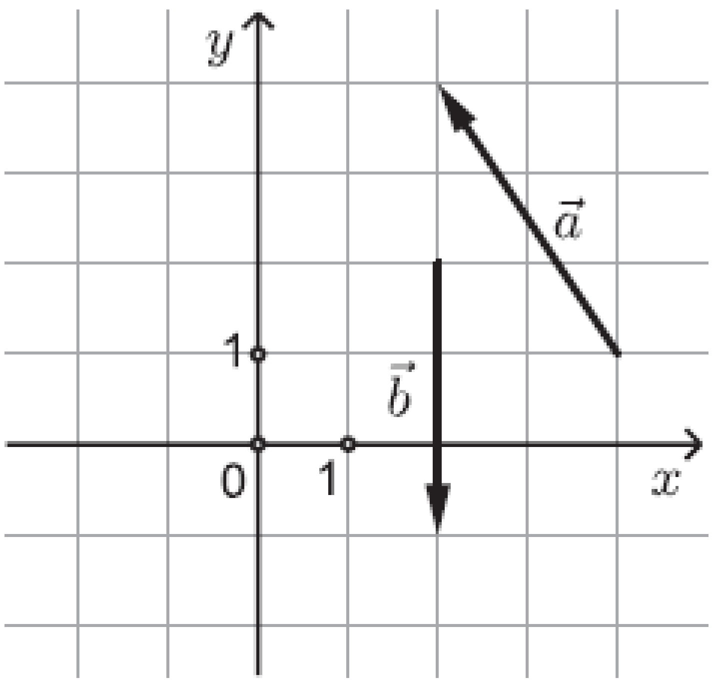
Stoga imamo:

$$k = \frac{-3-3}{3-1} = -3, \text{ pa i } y - 3 = -3 \cdot (x-1).$$

Transformiranjem te jednadžbe dobijemo $y = -3x + 6$ i to je tražena jednadžba pravca. Kako pi dopunili tablicu u jednadžbu pravca moramo uvrstiti x=2, pa imamo $y = -3 \cdot 2 + 6$ to jest y=0 je traženo rješenje.

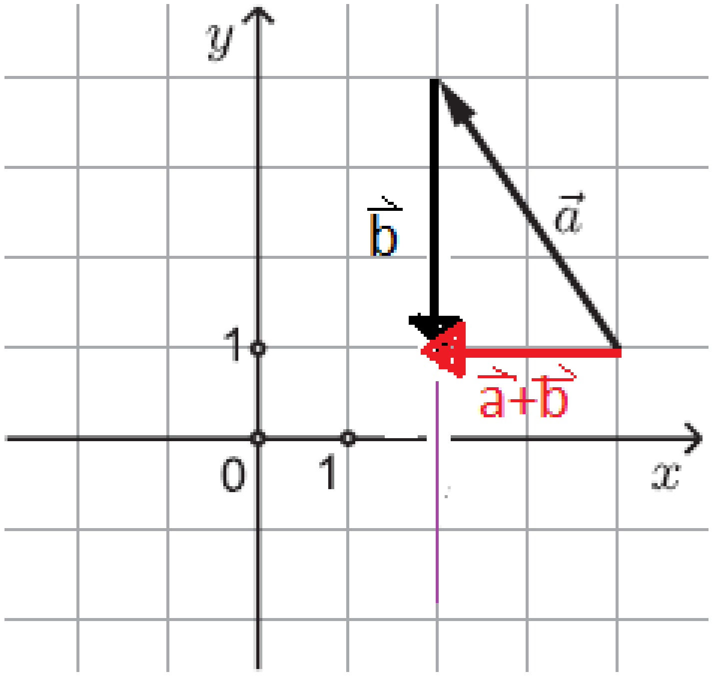
Zadatak 7

Na slici su prikazani vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$. Kolika je duljina vektora $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$?



Rješenje:

Vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ zbrajamo na način da početak vektora $\overrightarrow{b}$ prenesemo u kraj vektora $\overrightarrow{a}$ i spojimo početnu točku vektora $\overrightarrow{a}$ i krajnju vektora $\overrightarrow{b}$. Dobivamo sljedeće:



Sada lako vidimo da je duljina vektora $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$ jednaka 2.

Zadatak 8

Koja je od navedenih jednakosti točna za svaka dva realna broja x i y za koje su izrazi definirani?

A) $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 1$

B) $\frac{x}{y} - \frac{y}{x} = 1$

C) $\frac{x}{y} \cdot \frac{y}{x} = 1$

D) $\frac{x}{y} : \frac{y}{x} = 1$

Rješenje:

Primjetimo da jedini izraz koji možemo pokratiti jest pod C). Kratimo x u brojniku i nazivniku i y u brojniku i nazivniku i dobijamo konstantu 1. U zadatku stoji i uvjet za sve x i y za koje su izrazi definirani. Taj uvjet je samo ograničenje da su x i y različiti od 0. U protivnom bi u nazivniku imali 0, što nije definiran izraz.

Zadatak 9

Koji je od navedenih izraza jedan od faktora pri rastavu izraza
$y(x-y)+(x-y)^2+x-y$?

A) $x+1$

B) $y+1$

C) $2x+1$

D) $2y+1$

Rješenje:

Potrebno je faktorizirati traženi izraz. Možemo izlučiti x-y iz tri pribrojnika te imamo:

$$(x-y)\cdot(y+x-y+1)$$

to jest:

$$(x-y)\cdot(x+1).$$

Dakle, jedini faktor koji se pojavljuje od ponudenih jest x+1.

Zadatak 10

Koja od navedenih tvrdnja ne vrijedi za jednakostraničan trokut?

A) Zbroj polumjera upisane i polumjera opisane kružnice trokutu jednak je visini toga trokuta.

B) Polumjer kružnice opisane trokutu dva je puta veći od polumjera kružnice upisane tomu trokutu.

C) Visina trokuta tri je puta veća od polumjera kružnice upisane tomu trokutu.

D) Visina trokuta dva je puta veća od polumjera kružnice opisane tomu trokutu.

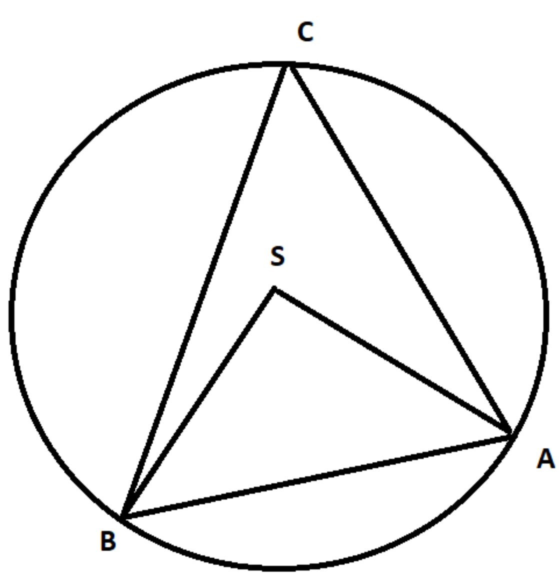
Rješenje:

U jednakostraničnom trokutu središte opisane i upisane kružnice se podudaraju i ta točka leži na sjecištu visina. Visina u jednakostraničnom trokutu je ujedno i težišnica, pa ta točka dijeli visinu u dva dijela koji se odnose kao 2:1 pri čemu je prva dužina od vrha trokuta do središta, a druga od središta do nožišta visine.
Sada se lako vidi da su tvrdnje A), B) i C) istinite, odnosno tvrdnja D) neistinita. Budući da se tvrdnje C) i D) medusobno isključuju, točno jedan od njih mora biti neistinit. Stoga, kako je medu zadacima s ponudenim odgovorima uvijek samo jedan točan dovoljno je promatrati samo odgovore C) i D) da bi uspješno riješili zadatak.

Zadatak 11

Koliki je polumjer kružnice kojoj je duljina jedne tetive 15 cm, a obodni kut nad tom tetivom 80°?

Rješenje:



Obodni kut nad tetivom AB je kut $\angle ACB$. Prema poučku o obodnom i središnjem kutu **Središnji kut dva puta je veći od obodnog**. Stoga kut $\angle ASB$ iznosi 160°. Trokut $\triangle ASB$ je jednakokračan, pa su kutovi u vrhu A i vrhu B jednaki. Budući da je suma kutova u trokutu jednaka 180° dobivamo da je $\angle SBA = \angle SAB = 10°$. Sada možemo iskoristiti poučak o sinusu (Piše u formulama, omjer stranice i sinusa nasuprotnog kuta je konstantan). Vrijedi:

$$\frac{15}{\sin 160^\circ} = \frac{r}{\sin 10^\circ}$$

pri čemu je r polumjer kružnice. Stoga iz gornje jednadžbe slijedi:

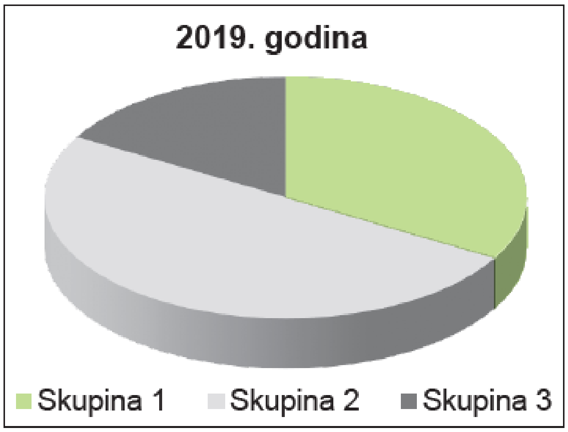
$$r = \frac{15 \cdot \sin 10^\circ}{\sin 160^\circ} = 7.62$$

Zadatak 12

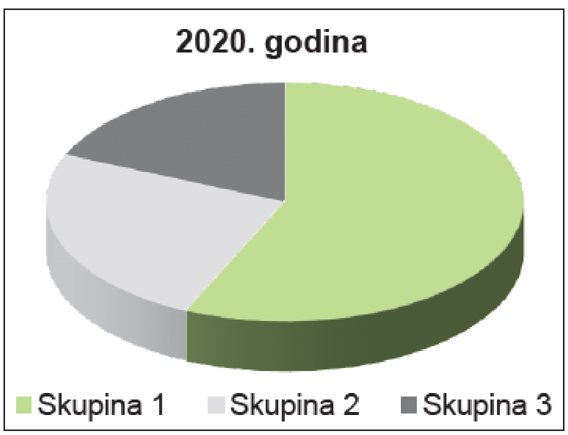
Koji od ponuđenih grafikona prikazuje podatke iz tablice?

	Godina	
	2019.	2020.
Skupina 1	34	28
Skupina 2	26	30
Skupina 3	12	15

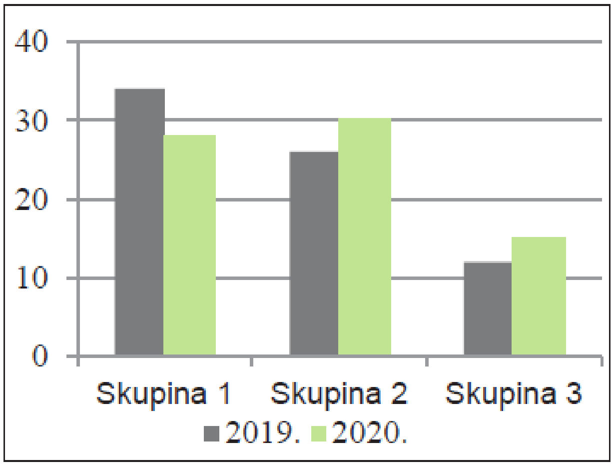
A.



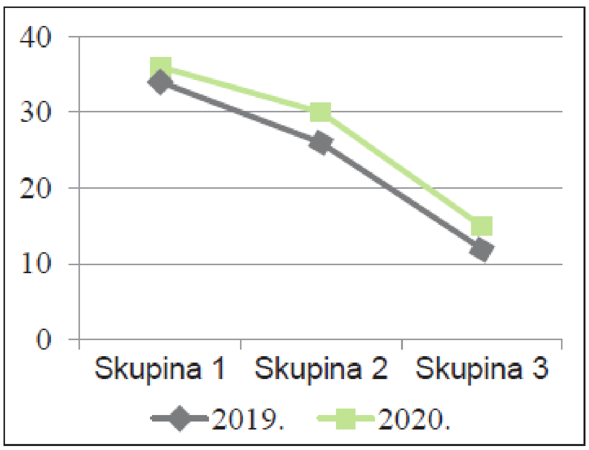
B.



C.



D.

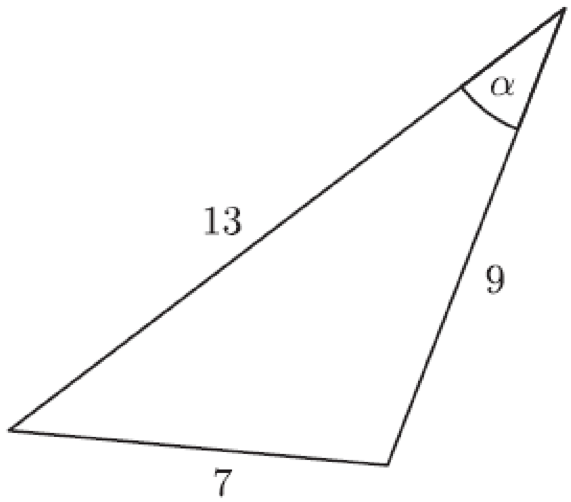


Rješenje:

Uočimo da je 2019. godine u skupinu 1 pripada 34, od ukupno 72 elementa. Dakle, skupina 1 je najbrojnija, ali ne smije zauzimati više od pola površine kružnog dijagrama. Stoga odgovori A) i B) nisu točni. Nadalje, 2020. godine u skupini B je više elemenata nego 2019. godine. Stoga graf C) odgovara traženom uzorku.

Zadatak 13

Kolika je mjera kuta prikazanog na slici?



Rješenje:

Koristimo poučak o kosinusu (Piše u fomulama). Kada koristimo poučak o kosinusu uvijek raspisujemo stranicu nasuprot kuta kojeg imamo ili tražimo. Stoga je:

$$7^2 = 13^2 + 9^2 - 2 \cdot 13 \cdot 9 \cdot \cos\alpha$$

$$49 = 169 + 81 - 234\cos\alpha$$

$$234\cos\alpha = 169 + 81 - 49$$

$$234\cos\alpha = 201$$

$$\cos\alpha = \frac{201}{234}.$$

Kada rješavamo jednadžbu u kojoj imamo kosinus traženog kuta, da bi odredili kut koristimo kalkulator (shift+cos) Tada je:

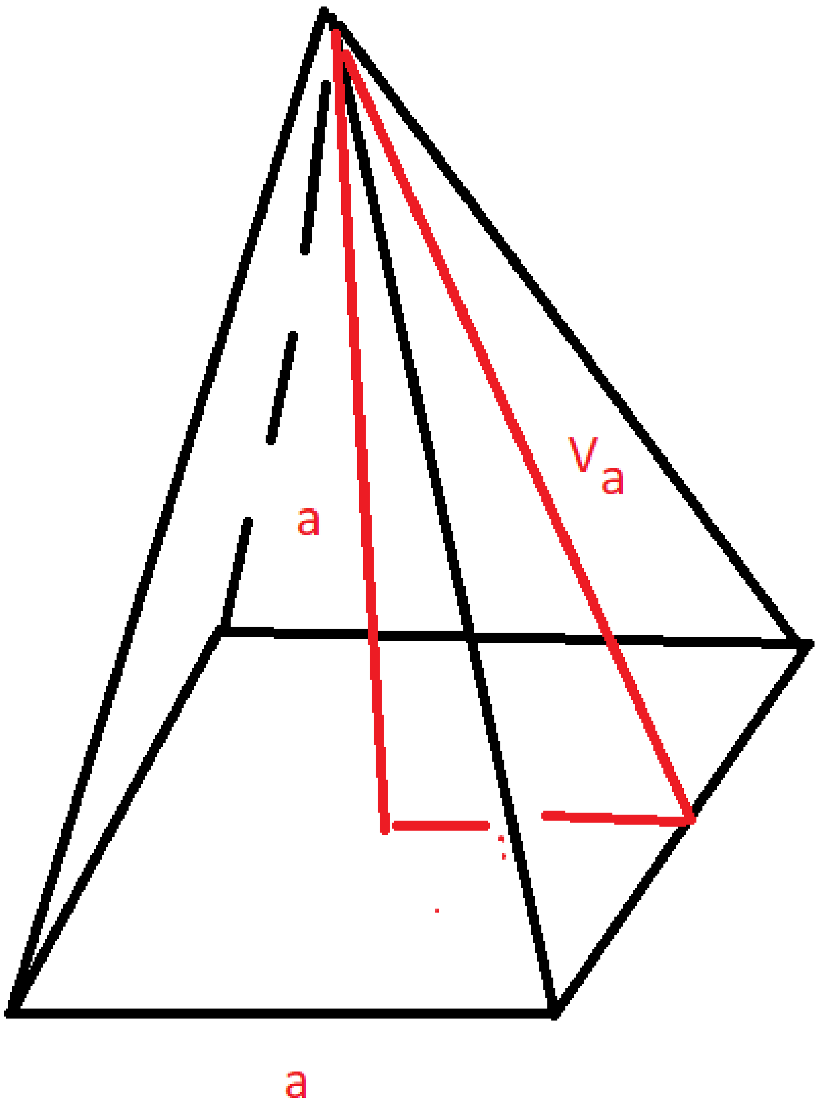
$$\alpha = \cos^{-1}(\frac{201}{234})$$

$$\alpha = 30°48'$$

Zadatak 14

Koliko je oplošje pravilne četverostrane piramide kojoj je duljina osnovnoga brida a jednaka visini piramide?

Rješenje:



Oplošje četverostrane piramide sastoji se od kvadrata i četiri trokuta. Površina kvadrata je a^2, a površina jednog trokuta jednaka je $\frac{a \cdot v_a}{2}$. Budući da oplošje trebamo izraziti samo preko stranice a, potrebno je visinu trokuta izraziti preko stranice a. Promotrimo sliku. Iz Pitagorinog poučka imamo:

$$(\frac{a}{2})^2 + a^2 = v_a^2$$
$$\frac{a^2}{4} + a^2 = v_a^2$$
$$5a^2 = 4v_a^2$$
$$v_a^2 = \frac{5}{4}a^2$$
$$v_a = \sqrt{\frac{5}{4}a^2}$$
$$v_a = \frac{a}{2}\sqrt{5}$$

Stoga je oplošje piramide jednako $a^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot v_a}{2} = a^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot \frac{a}{2} \cdot \sqrt{5}}{2} = a^2 + a^2\sqrt{5} = a^2 \cdot (1 + \sqrt{5})$

Zadatak 15

U voćnjaku je 2020. godine ubrano tri puta više voća nego 2019., a 2021. za 1200 kg manje nego 2019. i 2020. zajedno. Ako je 2021. godine ubrano više od 5000 kilograma voća, koliko je ubrano 2019. godine?

Rješenje:

Označimo broj kilograma voća ubranog 2019. godine nepoznanicom x. Tada je broj voća ubranog 2020. godine jednak $3x$. Budući da je 2021. godine ubrano 1200 kg manje nego 2019. i 2020. zajedno, imamo da je 2021. godine ubrano ukupno $x + 3x - 1200$ to jest $4x - 1200$. Nadalje, znamo da je 2021. godine ubrano više od 5000kg voća. Stoga je:

$$4x - 1200 > 5000$$
$$4x > 6200$$
$$x > 1550$$

Dakle, 2019. godine ubrano je više od 1550kg voća.

Zadatak 16

Za aritmetički niz vrijedi $a_1 = 1$, $a_2 = 3$. Koliko članova niza treba zbrojiti da bi zbroj bio 100?

Rješenje:

Odredimo prvo formulul za opći član niza. Njen opći oblik piše u knjižici formula:

$$a_n = a_1 + (n-1)d, \text{ pri čemu je } a_1 \text{ prvi član i d razlika.}$$

Iz zadanog niza imamo $a_1 = 1$ i $d = 2$. Stoga je $a_n = a_1 + (n-1)d = 1 + (n-1) \cdot 3$. Formula za prvih n članova niza glasi

$$S_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n)$$

Sada uvrstimo a_1 i a_n i $S_n = 100$ u tu formulu i riješimo jednadžbu:

$$100 = \frac{n}{2} \cdot (1 + 1 + (n-1) \cdot 2)$$

$$200 = n(2 + 2n - 2)$$

$$200 = 2n^2$$

$$n^2 = 100.$$

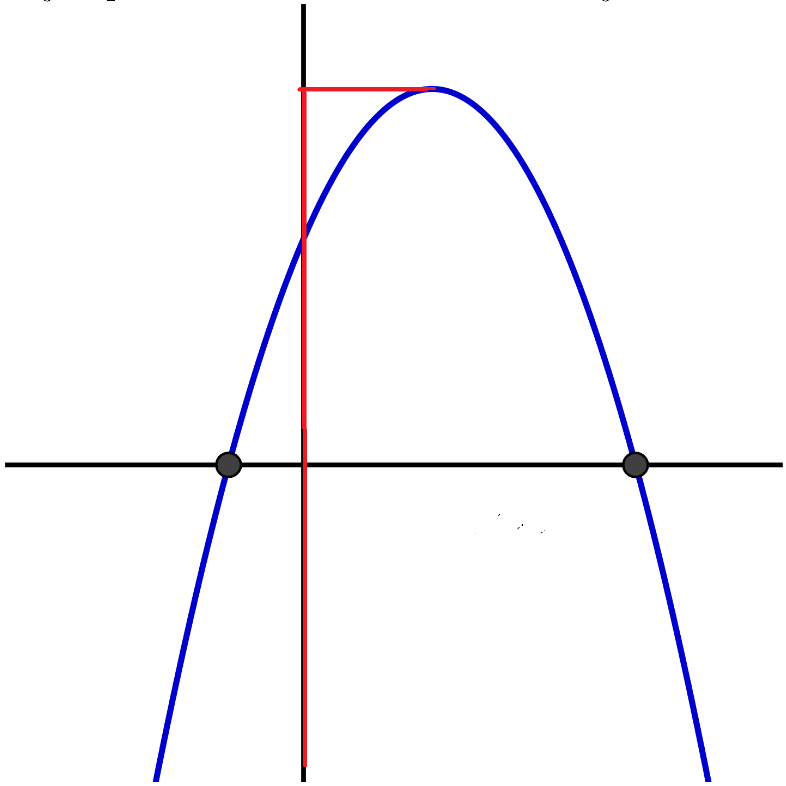
Dobili smo kvadratnu jednadžbu čija su rješenja $n = \pm 10$, a uzimamo samo pozitivno rješenje $n = 10$.

Zadatak 17

Kolika je vrijednost parametra k u kvadratnoj funkciji
$f(x) = -x^2 - 2x + k$ čija je slika interval $< -\infty, 3]$?

Rješenje:

Slika funkcije su sve vrijednosti koje f(x) može postići. Navedena funkcija je kvadratna, koeficijent uz x^2 je negativan pa je graf parabola koja "plače". Sliku kvadratne funkcije možemo isčitati i s grafa.



.

Dakle, sa slike vidimo da ova kvadratna funkcija poprima sve vrijednosti od $-\infty$ do druge koordinate tjemena. Za koordinate tjemena imamo formulu, a druga koordinata tjemena je dana sa $\dfrac{4ac-b^2}{4a}$.
Imamo:
a=-1, b=-2 i c=k. Iz uvjeta zadatka želimo da je slika funkcije interval $< -\infty, 3]$, pa postavljamo jednadžbu

$$\frac{4ac-b^2}{4a} = 3,$$

odnosno,

$$\frac{4 \cdot (-1) \cdot k - (-2)^2}{4 \cdot (-1)} = 3$$

Rješavanjem te jednadžbe konačno dobivamo k=2.

Zadatak 18

Kojem intervalu jednadžbe $9^x = 31$ pripada rješenje jednadžbe?

Rješenje:

Rješenje tražene jednadžbe je $x = log_9 31 = 1.563$, pa rješenje pripada intervalu $< 1, +\infty >$.

Zadatak 19

Koji je od navedenih dogadaja najvjerojatniji ako slučajnim odabirom odaberemo jednoga maturanta?

A) Roden je u petak

B) Roden je tijekom vikenda

C) Roden je u travnju

D) Roden je u jesen

Rješenje:

Izračunajmo vjerojatnosti svakog dogadaja. Vjerojatnost se računa kao $\frac{\text{broj povoljnih dogadaja}}{\text{broj ukupnih dogadaja}}$. Stoga je vjerojatnost da je maturant roden u petak jednaka $\frac{1}{7}$, a vjerojatnost da je roden tijekom vikenda $\frac{2}{7}$. Vjerojatnost da je maturant roden u travnju jendaka je $\frac{30}{365}$ (Travanj ima 30 dana, a godina 365). Konačno, vjerojatnost da je maturant roden tijekom jeseni je $\frac{89}{365}$, budući da jesen traje 89 dana. Usporedujući dobivene vjerojatnosti zaključujemo da je najvjerojatniji dogadaj da je maturant roden tijekom vikenda.

Zadatak 20

Koliko se puta znamenka 0 pojavljuje u broju $25^{10} \cdot 4^{13}$

Rješenje:

U zadacima ovog tipa, u kojima nas se pita koliko neki broj sadrži znamenki 0 ili koliko sadrži znamenki općenito, izraz želimo napisati u obliku $a \cdot 10^n$, za neke brojeve a i n. Dakle, imamo:

$$25^{10} \cdot 4^{13} = 5^{2^{10}} \cdot 2^{2^{13}} = 5^{20} \cdot 2^{26} = 5^{20} \cdot 2^{20} \cdot 2^6 = 10^{20} \cdot 2^6$$

Prvi faktor 10^{20} ima 20 nula, a drugi faktor 2^6 ne sadrži znamenku nula. Stoga zaključujemo da broj $25^{10} \cdot 4^{13}$ ima ukupno 20 znamenki nula.

Zadatak 21.1

Poredajte po veličini brojeve $-8, -1.25, \frac{-379}{10}$ počevši od najmanjega.

Rješenje:

Imamo: $\frac{-379}{10} = -37,9$, pa je poredak zadanih brojeva počevši od najmanjeg $\frac{-379}{10}, -8, -1.25$.

Zadatak 21.2

Izračunajte $10 - \frac{58}{11} : (5 + \frac{3}{11})$.

Rješenje:

Unesimo traženi izraz u kalkulator i dobivamo rješenje 9.

Zadatak 22.1

Izrazite c iz formule $a = \sqrt{b + 2c}$.

Rješenje:

Kvadriranjem dobijemo:

$$a^2 = b + 2c$$

$$-2c = -a^2 + b$$

$$c = \frac{-a^2 + b}{-2} = \frac{a^2 - b}{2}$$

Zadatak 22.2

Koliki je koeficijent uz n nakon provodenja svih operacija u izrazu $(3n-1)^2 + n(2n-1)$?

Rješenje:

$$(3n-1)^2 + n(2n-1) =$$

$$= 9n^2 - 6n + 1 + 2n^2 - n =$$

$$= 11n^2 - 7n + 1$$

Koeficijent uz n jednak je -7.

Zadatak 23.1

Pojednostavnite izraz $49^n \cdot 7^{n-1} : 7^{2n}$

Rješenje:

Da bi mogli operirati s potencijama potrebno ih je svesti na istu bazu. Stoga imamo:

$$49^n \cdot 7^{n-1} : 7^{2n} =$$

$$= (7^2)^n \cdot 7^{n-1} : 7^{2n}$$

Koristeći pravila za množenje i dijeljenje potencija s istom bazom i potenciranja potencije dobivamo:

$$(7^2)^n \cdot 7^{n-1} : 7^{2n} =$$

$$7^{2n} \cdot 7^{n-1} : 7^{2n} =$$

$$7^{2n+n-1-2n} = 7^{n-1}$$

Zadatak 23.2

Napišite izraz $y^{\frac{3}{2}} : y^{\frac{2}{3}}$ u obliku jednoga korijena.

Rješenje:

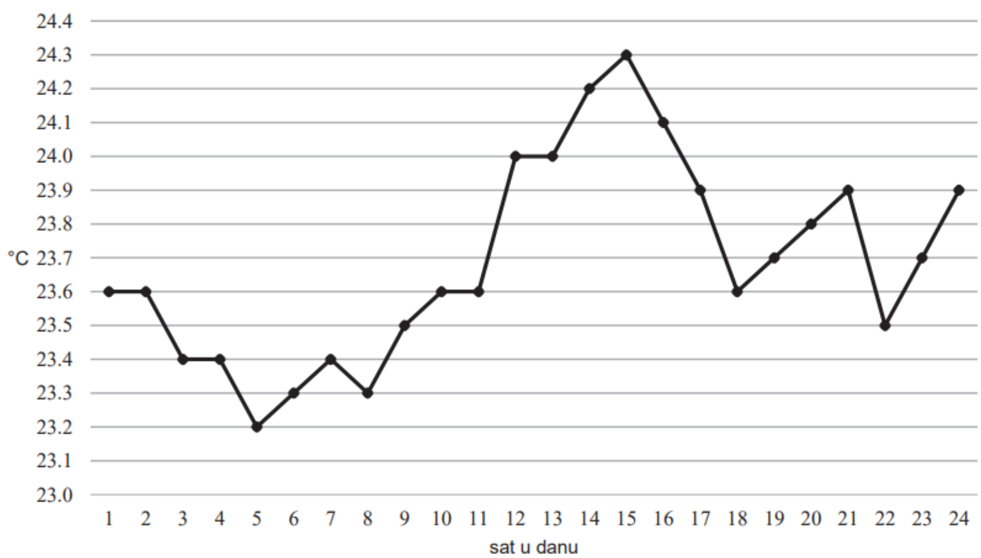
Kada dijelimo potencije s istom bazom, eksponenti se oduzimaju. Dakle:

$$y^{\frac{3}{2}} : y^{\frac{2}{3}} = y^{\frac{3}{2}-\frac{2}{3}} = y^{\frac{5}{6}}.$$

Izraz moramo napisati pomoću jednog korijena pa je $y^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{y^5}$

Zadatak 24

Linijski dijagram prikazuje temperaturu površine mora tijekom jednog dana u kolovozu.



Zadatak 24.1

Koja je razlika izmedu najviše i najniže izmjerene temperature površine mora tijekom tog dana?

Rješenje:

Iz grafa čitamo da je najviša zabilježena temperatura 24.3° i najniža 23.2°. Njihova razlika je 1.1°

Zadatak 24.2

Kolika je prosječna vrijednost pet najviših izmjerenih temperatura toga dana?

Rješenje:

Iz grafa vidimo da je pet najvećih zabilježenih temperatura: 24.3, 24.2, 24,1, 24.0, 24.0.
Njihov prosjek je $\dfrac{24.3 + 24.2 + 24.1 + 24 + 24}{5} = 24.12^\circ$

Zadatak 25.1

Napišite dva elementa iz skupa $\mathbb{R} \setminus < 13, 42 >$

Rješenje:

Navedeni skup jednak je skupu svih realnih brojeva, bez onih većih od 13, a manjih od 42. Dovoljno je napisati neka dva koja se nalaze u tom skupu pa je primjer rješenja 0,1.

Zadatak 25.2

Riješite nejednadžbu $(x - 8)(x + 8) < 0$ i zapišite rješenje pomoću intervala.

Rješenje:

Imamo:

$$(x - 8)(x + 8) < 0$$

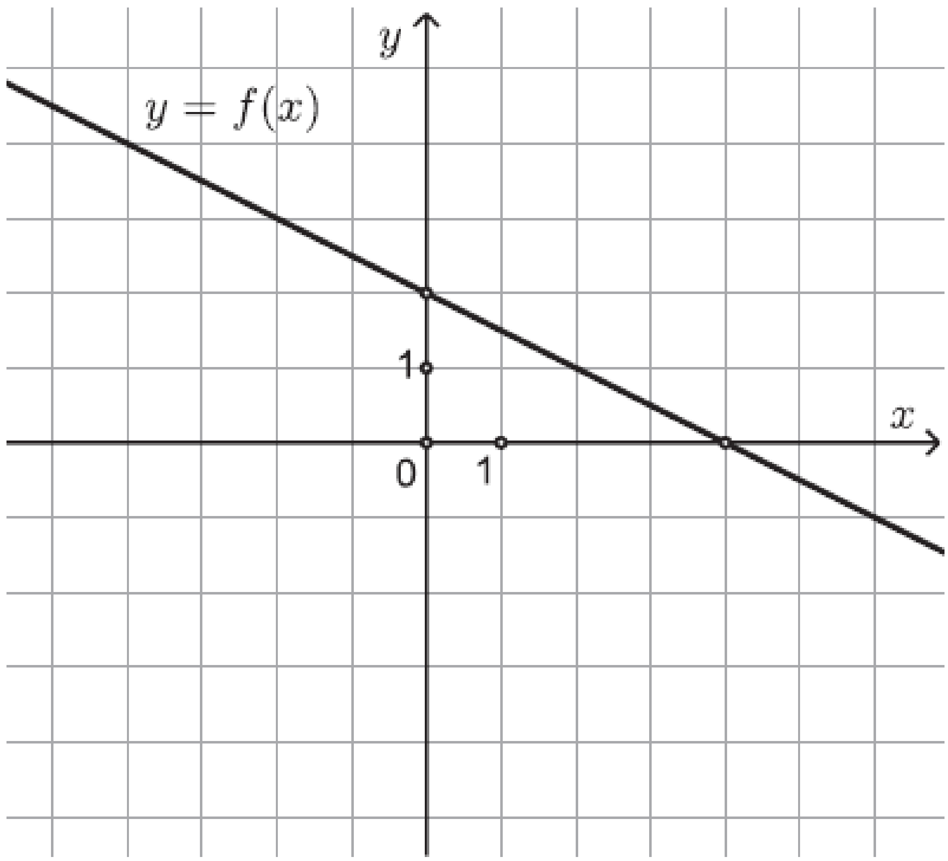
$$x^2 - 64 < 0$$

$$x^2 < 64 \Rightarrow |x| < 8$$

Dakle, rješenje je $< -8, 8 >$.

Zadatak 26.1

Kako glasi funkcija čiji je graf prikazan na slici?



.

Uočimo da je graf zadane funkcije pravac, pa je funkcija linearna. Imamo formulu za jednadžbu pravca kroz dvije točke:

$$y - y_1 = k \cdot (x - x_1),\ k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

.

Iz grafa pročitamo bilo dvije točke kojima pravac prolazi, recimo: $(x_1, y_1) = (0, 2)$ i $(x_2, y_2) = (4, 0)$. Uvrštavanjem tih točaka u formulu imamo:

$$k = \frac{0-2}{4-0} = \frac{-1}{2}$$

$$y - 2 = \frac{-1}{2} \cdot (x - 0)$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 2.$$

Stoga je tražena funkcija:

$$f(x) = \frac{-1}{2} \cdot x + 2$$

Zadatak 26.2

Odredite domenu funkcije $f(x) = \sqrt{x-2}$.

Rješenje:

Domenu funkcije čini skup svih realnih brojeva za koje je izraz definiran. Budući da je korijen definiran samo za realne brojeve veće ili jednake od 0 imamo

$$x - 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2.$$

Dakle, domena funkcije je $[2, +\infty >$

Zadatak 27.1

Pravci $ax - 2y + 5 = 0$ i $y = 5x + 4$ su usporedni. Kolika je vrijednost parametra a?

Rješenje:

Pravci su usporedni ako su im koeficijenti smjera isti. Koeficijent smjera čitamo iz eksplicitne jednadžbe pravca $y = kx + l$. Dakle, moramo jednadžbu prvog pravca dovesti do eksplicitnog oblika. Imamo:

$$ax - 2y + 5 = 0$$

$$-2y = -ax - 5$$

$$y = \frac{a}{2}x + \frac{5}{2}.$$

Stoga je

$$\frac{a}{2} = 5$$

$$a = 10$$

Zadatak 27.2

Odredite realne brojeve a i b ako je $a\overrightarrow{i} - 3\overrightarrow{j} = 3(\overrightarrow{i} + b\overrightarrow{j})$.

Rješenje:

Navedeni vektori su jednaki ako su im koeficijenti uz $\overrightarrow{i}$ i $\overrightarrow{j}$ jednaki. Sredivanjem izraza dobivamo:

$$a\overrightarrow{i} - 3\overrightarrow{j} = 3(\overrightarrow{i} + 3b\overrightarrow{j}).$$

$$a\overrightarrow{i} - 3\overrightarrow{j} = 3\overrightarrow{i} + 3b\overrightarrow{j}$$

$$\Rightarrow a = 3, b = -1$$

Zadatak 28.1

U školi s 855 učenika omjer broja učenika nižih i viših razreda jest 10 : 9. Koliko je djevojčica u višim razredima ako je omjer dječaka i djevojčica u višim razredima 7 : 8?

Rješenje:

Prvo izračunajmo broj učenika viših razreda. Budući da je omjer učenika viših i nižih razreda jednak 10:9, slijedi da je broj učenika nižih razreda $10k$ i viših razreda $9k$ pri čemu moramo odrediti broj k. Ukupan broj učenika je 855 pa slijedi:
$10k + 9k = 855 \Rightarrow k = 45$.
Dakle, broj učenika viših razreda je $9k = 9 \cdot 45 = 405$. Sada istim

postupkom odredimo broj djevojčica, ali je sada ukupan broj učenika 405. Dakle, imamo:
$7k + 8k = 405 \Rightarrow k = 27$, pa je djevojčica $8k = 8 \cdot 27 = 216$.

Zadatak 28.2

Mateo planira kupiti trenirku i tenisice. Ukupna cijena obaju proizvoda trenutačno iznosi 2208 kuna, a cijena tenisica za 40 % veća je od cijene trenirke. Sljedećega tjedna očekuje se popust na cijenu tenisica od 20 %. Kolika će tada biti ukupna cijena obaju proizvoda?

Rješenje:

Označimo sa x cijenu trenirke i sa y cijenu tenisica. Ukupna cijena oba proizvoda je 2208 iz čega dobivamo prvu jednadžbu:
$x + y = 2208$.
Nadalje, cijena tenisica je za 40% veća od cijene trenirke, pa imamo drugu jednadžbu:
$x + \frac{40}{100}x = y$ (Cijenu trenirke uvećamo za 40 posto cijene).
Dobivamo sustav od vije jednadžbe s dvije nepoznanice.

$$\begin{aligned} x + y &= 2208 \\ 1.4x &= y. \end{aligned}$$

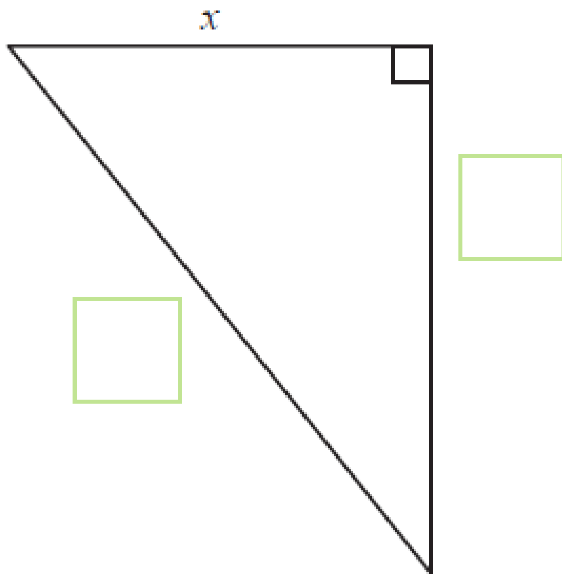
y iz druge jednadžbe uvrstimo u prvu, pa imamo

$$\begin{aligned} x + 1.4x = 2208 &\Rightarrow x = 920 \\ y = 1.4x = 1.4 \cdot 920 &= 1288. \end{aligned}$$

Dobili smo da je cijena trenirke 920kn i cijena tenisica 1288 kn. Saznajmo još cijenu tenisica nakon popusta od 20%. Ona iznosi:
$1288 - \frac{20}{100} \cdot 1288 = 1030.4$ kn.
Stoga će nakon pojeftinjenja tenisica ukupna cijena obaju proizvoda biti 1030.4+920=1950.4 kn.

Zadatak 29.1

Duljine su stranica pravokutnoga trokuta x, y, z i vrijedi $x^2 - y^2 = z^2$. U prazne kvadratiće na skici upišite duljine stranica koje nedostaju.



.

Rješenje:

Iz jednadžbe $x^2 = y^2 - z^2$ slijedi $x^2 + z^2 = y^2$. Prema Pitagorinom poučku vrijedi da je zbroj kvadrata duljina kateta jednak kvadratu duljine hipotenuze. Prema tome, u zadanom trokutu x i z su katete, a y je hipotenuza, pa je to potrebno naznačiti na slici.

Zadatak 29.2

Zbroj je mjera dvaju kutova trokuta $76°$, a duljina stranice nasuprot trećem kutu jednaka $23cm$. Kolika je mjera kuta nasuprot stranici duljine $16cm$.

Rješenje:

Budući da je suma mjera dvaju kutova $76°$, mjera trećeg kuta iznosi $180° - 76° = 104°$. Sada koristimo poučak o sinusu. Vrijedi:

$$\frac{23}{\sin 104°} = \frac{16}{\sin \alpha}$$

Unakrsnim množenjem dobivamo:

$$23 \cdot \sin\alpha = 16 \cdot \sin 104^\circ$$

$$\sin\alpha = \frac{16 \cdot \sin 104^\circ}{23} = 0.675$$

$$\alpha = sin^{-1} 0.675 \Rightarrow \alpha = 42^\circ 27' 12''$$

Zadatak 30.1

Oka je stara mjerna jedinica za volumen za koju vrijedi 1 oka=1.282dm^3. Koliko oka iznosi 2.564m^3

Rješenje:

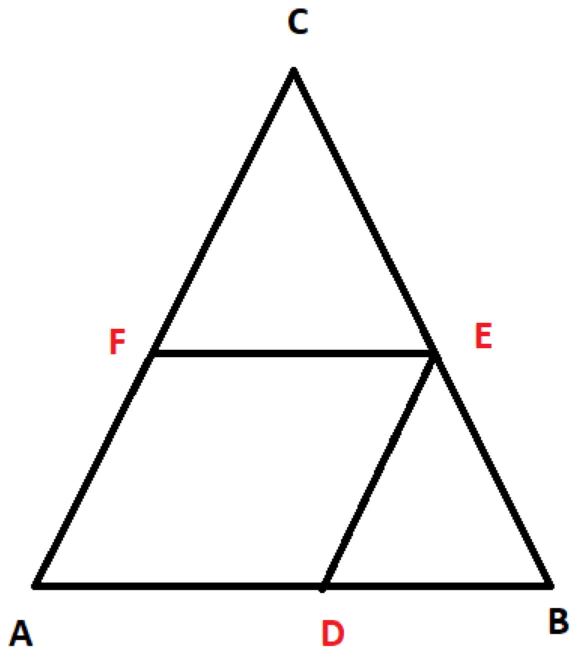
Iz činjenice da je 1 oka=1.282dm^3 slijedi $1dm^3 = \dfrac{1}{1.282}$ oka. Nadalje, 1m^3=1000dm^3, pa je:

2.564m^3=2564dm^3=$2564 \cdot \frac{1}{1.282}\ oka = 2000 oka$.

Zadatak 30.2

U trokutu ABC upisan je romb tako da je jedan njegov vrh u vrhu A trokuta, a dvije stranice nalaze se na stranicama $\overline{AB}$, $\overline{AC}$.Kolika je duljina stranice romba ako su duljine stranice trokuta $|BC| = 7.5cm$, $|AC| = 7.5cm$, $|AB| = 7.5cm$

Rješenje:



Označimo sa D,E,F vrhove romba kao na slici. Označimo duljinu njegove stranice s x (Romb ima sve stranice jednake duljine). Promotrimo trokute $\triangle BED$ i $\triangle ABC$ Ti su trokuti slični, pa vrijedi

$$\frac{|BD|}{|DE|} = \frac{|AB|}{|AC|}$$

$$\frac{15 - a}{a} = \frac{15}{10}$$

$$150 - 10a = 15a \Rightarrow a = 6$$